SATBAYEV UNIVERSITY
Journal of Energy, Mechanical Engineering and Transport
Volume 2 (2025), Issue 2, 15-21

https://doi.org/10.51301/jemet.2025.i2.03

Study and application of graph theory in decision making in engineering problems

A. Zhaksylyk*, R.K. Shingissova
Satbayev University, Almaty, Kazakhstan
**Corresponding author: A.ordabekova@mail.ru*

Abstract. This paper is one of the directions of scientific research on the application of the method of graphical representation of technical and organizational systems. The paper analyses the application of graph theory in engineering problems. The graph theory finds application in many industries, for example: in computer science, programming, communication and transport systems, economics, engineering graphics, logistics. The concept of a cycle (contour, path) in an oriented graph is introduced, and the application of graph theory to a number of transport problems is also shown. Wide application of graph theory provides also the study of network graph of reliability of prototype product creation in engineering graphics and mechanical engineering. The network graph from the point of view of graph theory is a directed graph, the vertices of which are the events of the network graph and the arcs - its work. The graph theory is also used in the construction of intermediate positions of the working zone of a quarry. In these tasks a three-dimensional graph of multivariate development of mining operations in the quarry G(EG)=G(EN) is formed from the obtained indicators. The graph theory based on topological principles can be successfully applied in open-pit mining operations to solve a number of transport problems, such as the minimum cost, the shortest path and the capacity of the exit system for various types of quarry transport, etc. The graph theory can be used for the solution of a number of transport problems.

Keywords: *graph theory, graph vertices, networks, multivariate graphs*.

1. Введение

Теория графов актуальна и популярна в настоящее время. Теория графов проникает во многие области науки и техники. По своей сущности теория графов носит абстрактный характер, но она также легко отражает реальные процессы и представляет собой математическую основу компьютерного моделирования инженерных систем. В математике графом называется конечная совокупность точек, именуемых вершинами; некоторые из них соединены друг с другом линиями, называемыми ребрами графа. Теория графов находит применение во многих отраслях промышленности, например: в химии, информатике, программировании, в коммуникационных и транспортных системах, в экономике, инженерной графике, логистике, в схемотехнике и в геоинформационных системах (ГИС). В виде графов можно представить схемы, электрические цепи, географические карты и молекулы химических соединений. Графы буквально вездесущи, отмечается в [1]. В виде графов можно, например, интерпретировать схемы дорог и электрические цепи, географические карты и молекулы химических соединений, связи между людьми и группами людей. В теоретико-графовых терминах формулируется большое число задач, связанных с дискретными объектами. Такие задачи возникают при проектировании интегральных схем и схем управления, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ, в теории расписаний и дискретной оптимизации.

Таким образом, теория графов становится одной из существенных частей математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики. В значительной степени через теорию графов происходит ныне проникновение математических методов в науку и технику. Все это привело к тому, что теория графов появилась и в учебных планах наших университетов.

Родоначальником теории графов принято считать математика Леонарда Эйлера (1707-1783 гг.). Но термин «граф» впервые ввел в 1936 году венгерский математик Денеш Кениг. Многие ученые занимались теорией графов. Известны работы Новожилова, С. Цоя, С.М. Цхая, Букейханова Д.Г., Ибраева А.М., Бекмурзаева Б.Ж., Съедина В.Ф. Среди современных работ в области геоинформационных систем широко применяется метод Лерча-Гроссмана.

В химии применяется для описания структур, путей сложных реакций. «Правило фаз» в химии также может быть интерпретировано как задача теории графов. Компьютерная химия — сравнительно молодая область химии, основанная на применении теории графов. Теория графов позволяет точно определить число теоретически возможных изомеров у углеводородов и других органических соединений. В информатике и программировании данная теория представляет граф-схему алгоритма. В коммуникационных и транспортных системах применяется, в частности, для маршрутизации данных. В схемотехнике - для создания топологии межсоединений элементов на печатной плате или микросхеме, где представляет собой граф или гиперграф.

Также надо отметить, что одним из перспективных направлений Data Science является графовый анализ. При помощи данного анализа исследуется структура графа и выявляются неочевидные зависимости.

Леонард Эйлер в 1736 году в одном из своих писем формулирует и предлагает решение задачи о семи кёнигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов. Однако теория графов многократно переоткрывалась разными авторами при решении различных прикладных задач. Неформально, граф можно определить как набор вершин (города, перекрестки, компьютеры, буквы, цифры, микросхемы, люди) и связей между ними: дороги между городами; улицы между перекрестками; проводные линии связи между компьютерами; слова, начинающиеся на одну букву и закачивающиеся на другую или эту же букву; проводники, соединяющие микросхемы и т.д.

В работе [2] представлен курс по алгебраической теории графов. Термин «алгебраическая теория графов» был введен Норманом Биггсом в 1974 году. В целом, алгебраическая теория графов опирается на теорию графов. Уникальность работы состоит в том, что она связала линейную алгебру с теорией графов, теорию групп со спектральной теорией графов, теорию графов Кэли с геометрической теорий групп. Курс лекций служит хорошим примером междисциплинарности не только внутри математики, но и показывает связь этой математической дисциплины с химией, физикой, биоинформатикой и компьютерными науками.

Теория графов - раздел дискретной математики, изучающий свойства графов. «Граф - математический объект, который изображает отношения между сущностями». В общем смысле граф представляется как множество вершин (узлов), соединённых рёбрами. В строгом определении графом называется такая пара множеств G=(V,E), где V есть подмножество любого счётного множества, а E — подмножество V.

Систематическое введение в теорию графов, построенное в соответствии с внутренней логикой ее развития представлено в работе [3].

Графом называется схема, состоящая из нескольких точек и соединяющих их линий. Точки называются вершинами графа. Линии, соединяющие вершины графа и называемые ребрами, отражают определенные отношения, связи в множестве, представленном вершинами графа. При этом ребра могут иметь определенную ориентацию. Ориентированные ребра называются дугами.

Введем понятие цикла (контура, пути) на ориентированном графе. Граф называется циклическим, если в графе присутствует последовательность рёбер, которая начинается и заканчивается в одной вершине. Цикл необязательно должен включать в себя все вершины.

Представим временно ориентированный граф как неориентированный, т.е. временно снимем все направления у дуг. На преобразованном графе найдем любой цикл. Теперь ребрам этого цикла припишем прежние направления. Полученный в результате цикл и будет циклом на ориентированном графе. Следовательно, цикл от контура на ориентированном графе отличается тем, что в цикле не соблюдается очередность следования дуг. В частном случае цикл может совпадать с контуром.

В настоящее время целый ряд задач может быть успешно решен с привлечением математической теории графов и ее разновидности – теории о потоках в сетях.

Данные методы подробно изложены в книге С. Цоя, С.М. Цхая «Прикладная теория графов». Одним из важных разделов в теории графов является определение дерева, независимых циклов и маршрутов. Известны свойства деревьев:

1. Чтобы простой связный граф был деревом, необходимо и достаточно, чтобы число вершин было больше числа ребер на один.

2. Чтобы граф был деревом, необходимо и достаточно, чтобы любые две вершины его соединялись единственным маршрутом.

3. Граф будет деревом тогда и только тогда, когда добавление любого нового ребра приводит к появлению ровно одного цикла [4].

Деревья и независимые циклы используются во многих расчетах, связанных с решениями сложных задач в сетевой постановке: расчеты по вентиляционным, гидравлическим сетям, транспортные задачи в сетевой постановке, некоторые задачи синтеза оптимальной сети и т. д.

Определение дерева, тем более независимых циклов и маршрутов на сложных графах большой размерности представляет довольно трудную проблему. Поэтому отыскание простого и удобного алгоритма для его реализации будет способствовать эффективному применению теории графов для решения практических прикладных задач оптимизации (оптимизации рабочей зоны карьера, поиску рационального направления горных работ).

На рисунке 1 приводится изображение графа.

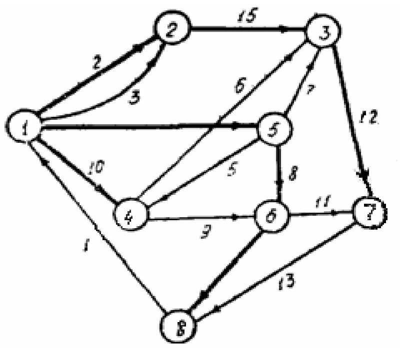

Рисунок 1. Изображение графа

В работе [5] даются определения и термины, употребляемые в теории графов и сетевом планировании. Также излагаются методы нахождения дерева, независимых циклов и маршрутов на любом графе, построения экстремальных путей и цепей на графе, синтеза сетей (кратчайшая связывающая сеть, сеть с минимальной суммой весов, удовлетворяющая определенным условиям, оптимальное распределение ресурсов с учетом синтеза сети). Приведен обзор существующих методов определения гамильтоновых контуров и путей на графе, а также предлагаются новые методы последовательных приближений для нахождения минимальных гамильтоновых контуров и путей. Описываются задачи оптимального разбиения графа и предлагаются методы их решения, а также алгоритмы решения задачи оптимального распределения ресурсов и времени на квазиупорядоченном графе. Подробно излагаются методы построения эйлеровых контуров и путей, а также методы определения минимальных квазиэйлеровых (любая дуга или ребро может входить в контур или путь более одного раза) контуров (циклов) и путей (цепей) на ориентированном, неориентированном, смешанном мультиграфах.

Рассмотрим применение теории графов для решения ряда транспортных задач – о минимальной стоимости, кратчайшем пути и пропускной способности системы при различных видах транспорта.

При решении транспортных задач чаще всего имеем дело со связными графами, а изучение же рассматриваемых вопросов для несвязных графов сводится к их изучению для отдельных связных частей рассматриваемого графа.

Граф, множество вершин и ребер которого конечны, называется конечным графом.

Всякая совокупность ребер данного графа Г вместе с их концами называется подграфом графа Г. Подграф графа, состоящий из последовательности таких ребер k_0k_1, k_1k_2, …, $k_{l-1}k_1$, что конец k_1=(i=1,2,…,l-1) каждого ребра k_1k_{l-1}, является в то же время и концом следующего ребра k_1k_l+1, называется путем графа, соединяющим вершины k_0 и k_1. Если для любых двух вершин графа Г существует соединяющий их путь, то граф Г называется связным. Подграф графа Г, образующий такой путь, что все вершины его различны и которые совпадают, называются контуром графа. Ребро графа, концы которого совпадают, называется петлей. Граф Г, на котором указано направление каждого его ребра, называется направленным графом.

2. Материалы и методы

Рассмотрим алгоритм на примере. Исследуем граф (рисунок 2).

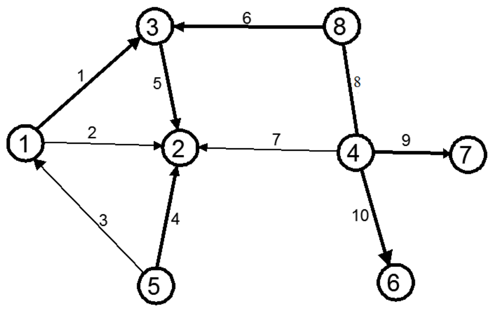

Рисунок 2. Изображение графа

Шаг 1. Выбираем в качестве узла j0 узел 1. Находим любой смежный с ним узел. Пусть им будет j1=3. Дуга u1.3 записывается в <D>, узлы 1 и 3 входят во множество Мс. С узлом 3 связаны узлы 8 и 2. В качестве j2 возьмем узел 8. Тогда дуга u8.3 включается в <D>, а узел 8 — в Мс. Затем находим дугу u4.8 узел 4, дугу u4.7 и узел 7. Далее продолжать этот процесс мы не можем, так как узел 7 является висячим. После первого шага в <D> вошли дуги u1.3, u8.3, u4.8, u4.7. Они и составляют ствол дерева. Узлами ствола являются элементы Мс 1, 3, 8, 4, 7.

Шаг 2. Производим ветвления от узлов ствола дерева. Начать можно с любого узла. Выберем узел 3. Находим смежный с ним узел 2 и дугу u3.2. Их соответственно включаем в Мс и <D>. Продолжая дальнейшее ветвление, находим дугу дерева u5.2 и узел 5. Построение дерева еще не закончено, ибо в Мс попали не все узлы графа. Относительно узла 8 нельзя определить ветвление, ибо нет смежных с ним узлов, не принадлежащих Мс. От узла 4 существует ветвление: дуга u4.6 с узлом 6.

Дерево построено, так как охвачены все узлы, и число дуг равно N-1=8-1=7.

На рисунке дуги дерева выделены жирными линиями.

Для численной реализации этого алгоритма можно использовать кодировку топологии сети.

Предположим, что граф несвязный и компонента связности больше 1. Тогда на нем нельзя отыскать частичный связный граф, охватывающий все узлы и N-1 ребер или дуг. В этом случае под деревом будем понимать любой частичный граф, состоящий из N-p ребер или дуг, не образующих циклов, и включающий все узлы исходного графа. Здесь p — значение компоненты связности.

Чтобы отличить дерево связного графа от дерева несвязного, назовем последнее квазидеревом. Построение квазидерева можно произвести, используя только что описанный алгоритм.

В случае, когда из всех узлов Мс нельзя найти ветвление и само дерево еще полностью не построено, присоединяем к Мс любой, не вошедший в него узел, взятый из другого составного подграфа, и производим ветвление.

Алгоритм определения независимых циклов. Как было указано, циклом на неориентированном графе называется цепь, начальная и конечная вершины которой совпадают. Если дан ориентированный граф, то можно говорить о контуре и пути.

Введем понятие цикла на ориентированном графе. Представим временно ориентированный граф как неориентированный, т. е. временно снимем все направления у дуг. На преобразованном графе найдем любой цикл. Теперь ребрам этого цикла необходимо приписать прежние направления. Полученный в результате цикл будет циклом на ориентированном графе.

Следовательно, цикл от контура на ориентированном графе отличается тем, что в цикле не соблюдается очередность следования дуг. В частном случае цикл может совпадать с контуром.

Будем рассматривать только элементарные циклы, т. е. такие, в которых любая дуга или ребро встречается не более одного раза. Поскольку в один цикл могут входить дуги с разным направлением, будем присваивать им определенный знак.

Рассмотренная теория графов, алгоритмы определения дерева на несильно связном графе, определения независимых циклов являются методологической базой при трехмерном моделировании в графической среде.

В качестве примера специальных графов рассмотрим транспортные сети.

В работе [6] полно представлены разнообразные алгоритмы, связанные с нахождением структурных и числовых характеристик объектов из теории графов. Подробно рассматриваются различные алгоритмы поиска решения в задаче по исследованию потоков в сетях. В работе приводятся оценки сложности соответствующих процедур. Также доходчиво излагаются разнообразная тематика и строгое представление алгоритмов.

Транспортной сетью называется конечный граф без петель, если в нем можно выделить начальную точку или источник x0 (т.е. Вершину, из которой ребра только исходят) и конечную точку или сток z – вершину, в которую ребра только входят, и каждому ребру графа сопоставлено целое число c(u)≥0, которое называется пропускной способностью ребра (дуги).

С понятием транспортной сети тесно связано понятие потока. Он может быть определен следующим образом. Обозначим через ux1 множество ребер, входящих в вершину x1, а через ux1+ - множество ребер, выходящих из x1. Функция φ(u), определенная на U, и принимающая целочисленные значения, представляет собой поток этой транспортной сети. Т.е. сумма величин потоков φ(u), соответствующих ребрам, исходящим из начальной точки сети, равна сумме величины потоков φ(u), соответствующих ребрам, входящим в конечную точку. Число φ, определяемое таким образом, называется величиной потока. В качестве примера рассмотрим составление плана перевозок одного груза на железнодорожной сети без ограничений пропускной способности.

На рисунке 3 дана симметричная сеть с 12 вершинами и 18 звеньями [7]. Известно, что сеть называется симметричной, если стоимость перевозки на каждом звене в обоих направлениях одинакова. На каждом звене проставлено число, характеризующее стоимость перевозки, и против каждой вершины в круглых скобках отмечены размеры отправления и прибытия (со знаком + и -). В некоторых узлах (станциях) погрузки или выгрузки может и не быть.

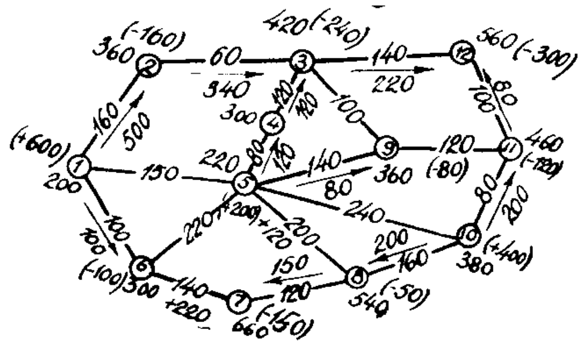

Рисунок 3. Пример симметричной сети

3. Результаты и обсуждение

Теория графов применяется также в инженерной графике для сетевого графика обеспечения надежности создания опытного образца изделия.

Сетевой график с точки зрения теории графов представляет собой направленный граф, вершинами которого служат события сетевого графика и дугами – его работы. Широко применяемый перечень принципиальных работ обеспечения надежности на всех этапах создания опытного образца приведен в таблице 1.

В общем случае сетевой график процесса обеспечения требуемой надежности (по Ю.И. Иванову) имеет вид, показанный на рисунке 4.

Далее рассчитывают критический путь и основные характеристики перечисленных работ.

Построенный сетевой график по надежности можно объединить с общей сетью процесса разработки. При этом на критическом пути общего сетевого графика могут появиться события надежности.

Совместный анализ позволит установить «узкие» как по времени, так и по надежности места и прогнозировать действительный ход выполнения рассматриваемого проекта.

Таблица 1. Работы по обеспечению надежности на всех этапах создания опытного образца

Работы	Наименование работы
Стадия эскизного проектирования	
0-1	Выбор основных критериев для оценки надежности
0-2	Выбор основных комплектующих элементов
0-3	Изучение ТЗ и оценка его обоснованности
0-4	Разработка структурной схемы
3-5	Согласование требований по надежности
4-5	Оценка относительной сложности составных частей изделия
5-6	Расчет норм надежности для составных частей изделия
6-7	Формулировка требований, предъявляемых к надежности блока I
6-8	То же, для блока II
11-12	Ориентировочный расчет надежности всего изделия и проверка соответствия требованиям
12-13	Выявление «узких мест» и разработка методов повышения надежности изделия
16-17	Составление пояснительной записки по надежности разработанного эскизного проекта
Стадия технического проектирования	
17-18	Корректировка и утверждение эскизного проекта
18-19	Формулировка требований, предъявляемых к надежности блока I, и включение их в задание на техническое проектирование
23-31	Анализ правильности выбора элементов блока I и их режимов
25-32	То же, для блока II
31-35	Окончательный расчет надежности блока I
36-37	Составление пояснительной записки по надежности разработанного тех. проекта
Стадия технологического процесса	
37-38	Корректировка утверждение технического проекта
40-44	Граничные испытания блоков ответственного назначения
47-48	Принятие общего решения на допуск блоков ответственного назначения
Стадия стендовых испытаний	
48-49	Стендовые испытания на надежность
49-50	Составление отчета по надежности изделия

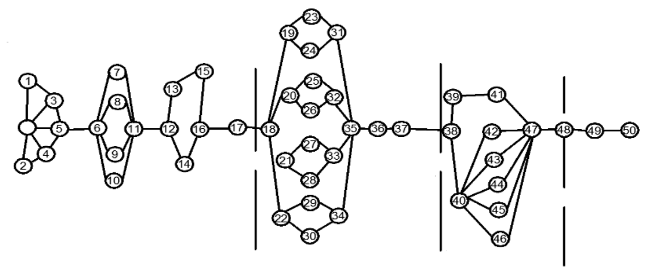

Рисунок 4. Сетевой график процесса обеспечения надежности

В работе [8] описан графовый алгоритм решения транспортных задач по критерию стоимости. Благодаря этому удалось: а) преодолеть традиционное разделение транспортной задачи на вырожденный и невырожденный случаи; б) значительно упростить математические доказательства сопутствующих результатов. Предложенный подход может быть также использован в учебных программах по математическому программированию. Транспортная задача — задача о наиболее экономном плане перевозок однородного или взаимозаменяемого продукта из пунктов производства в пункты потребления — является важнейшей частной задачей линейного программирования, имеющей обширные практические приложения не только к проблемам транспорта. Транспортная задача выделяется особенностями математической модели, наличием специфических методов решения.

Большой объем исследований проводился в лаборатории проектирования освоения недр отдела геотехнологии, горной систематологии и недропользования РГП «НЦ КПМС РК» под руководством д.т.н., профессора Д.Г.Букейханова. Наиболее существенное влияние на распределение объемов горных работ в карьере оказывает направление развития горных работ. В качестве базовой модели разработан метод установления рационального направления горных работ в карьере на объемном графе с циклами, особенностью которого является то, что он учитывает не только углубку карьера, но и развитие горных работ на горизонте.

При решении данных задач формируется граф многовариантности развития рабочей зоны. Работы в данном направлении ведутся в решении метода плавающего конуса для блочных моделей.

Теорию графов можно использовать также при построении промежуточных положений рабочей зоны карьера [9]. Общая стратегия отработки запасов карьерного поля устанавливается на основе построения объемного графа многовариантности направления развитая горных работ, специфика которого заключается в возможности моделирования обособленных рабочих зон с различной интенсивностью углубки в пространстве карьерного поля. В данных задачах из полученных показателей формируется трехмерный граф многовариантности развития горных работ в карьере G(ЕГ)=G(ЕН). Математическое моделирование развития рабочей зоны карьера заключается в воспроизведении и оценке множества промежуточных положений карьера в карьерном пространстве от поверхности до конечной глубины и всевозможных путей их перехода из одного положения в другое.

Граф многовариантности развития горных работ может быть представлен как: а) Граф G (ЕГ), б) сильно связанный подграф (Gh), в) частичный подграф (Gm).

Каждой дуге (xi, xj) графа G ставится в соответствие число lij (длина дуги), выражающая разность состояния системы S в вершинах, а каждая вершина графа – событие.

В данной ситуации задача установления рационального направления развития горных работ сводится, во-первых, к оценке каждого i-го промежуточного положения горных работ; во-вторых, к формированию графа многовариантности направлений развития рабочей зоны и, в-третьих, к отысканию на нем оптимальной траектории μ движения рабочей зоны из начального положения в конечное. При этом после установления оптимального направления развития горных работ отыскиваются оптимальные варианты. В результате формируется область Q рациональных решений и конкретное число вариантов [10]. Данные исследования графа многовариантности развития горных работ основаны на методе Лерча–Гроссмана - определения оптимальных карьеров.

При решении данных задач формируется граф многовариантности направления развития рабочей зоны карьера. Метод Лерча – Гроссмана определения оптимальных карьеров основан на использовании теории графов и таких понятий теории графов как: ориентированный граф, вершины и ребра графов, деревья, закрытия и максимальное закрытие на графах. Метод последовательно сканирует все блоки, отыскивая рудные, которые имеют дуги, указывающие на не рудные блоки. Желательно добыть рудный блок без отработки лишних вышележащих породных блоков. Способ, с помощью которого находится выход из подобных ситуаций, составляет ядро метода Лерча-Гроссмана. В методе Лерча – Гроссмана используются два особенных графа: «наклонный граф», «дерево графа». Цель алгоритма состоит в нахождении максимального закрытия этого графа.Набор сильных вершин – оптимальный карьер. В современной экономике назрела необходимость перехода от технологических параметров при определении оптимального карьера к экономическим моделям оптимизации.

Пакет программ NPV Scheduler [11] позволяет решать целый комплекс задач, начиная от оптимизации предельных контуров карьера и кончая оптимизацией системы рудопотоков крупного предприятия или группы производств. В пакете NPV Scheduler создается календарный план отработки запасов, выбираются и оптимизируются системы рудопотоков предприятия, а также – его производительность и бортовые содержания основных компонентов. Для оптимизации требуется построить экономическую модель месторождения, добавив в имеющуюся геологическую модель соответствующие параметры. Используются следующие показатели: цена, затраты на выемку 1 тонны горной массы, затраты на обогащение 1 тонны руды, годовая начальная производительность карьера. Лучший карьер выбирается по максимуму NPV. Интенсивно развивающийся программный комплекс NPV Scheduler создан американским специалистом Болеславом Толминским. Комплекс имеет развитый современный интерфейс пользователя и имеет возможность разностороннего импорта и экспорта информации, а также развитую современную графику с 3-х мерным визуализером. В качестве критерия для используемого программой процесса динамического программирования был выбран наиболее простой – минимальное отношение объемов горной массы к объему руды всех типов. Программа рассчитывает наиболее выгодный (по критерию максимума NPV) реальный вариант последовательности отработки месторождения с учетом введенных ограничений.

В работе [12] приведены новые методы проектирования с использованием компьютерных программ «Datamine и NPV Sheduler». В связи со значительным усложнением горно-подготовительных и добычных работ, оптимизацию карьера целесообразно осуществлять с использованием компьютерного программного обеспечения «NPV Scheduler» и «Datamine Studio3». Предельные границы карьера можно выбрать посредством анализа в NPV Scheduler. Эта программа позволяет анализировать многочисленные типы руд и варианты содержания металла в рудах. Построение карьера в программе «NPV Scheduler» включает проектирование не только конечного контура карьера, но и оптимальную последовательность развития горных работ в карьере на основе выбранных экономических критериев. Также в работе приведена возможность решения в Datamine NPV Scheduler таких важнейших горных задач, как: транспортные задачи (расчет количества карьерных автосамосвалов по установленному календарному графику согласно выбранному маршруту движения, расход ГСМ, запасных частей и др.); управление отвалообразованием, включая транспортные задачи; управление грузопотоком и процессом усреднения руд. Авторами приводятся примеры построения каркаса карьера, построенного на основе программы

«NPV Scheduler», а также экономические расчеты полученной прибыли от развития карьера.

4. Выводы

В данной статье приведены возможные варианты использования графов в инженерных задачах. Данная работа характеризует теоретические исследования по определению области применения графических сетей, анализ применения теории графов. Широкое применение данной теории говорит об универсальности и эффективности теории графов.

Таким образом, для решения задач любого характера успешно могут быть применены математические методы теории графов. Вклад автора: концептуализация, систематизация методологии, исследование.

References / Литература

[1] Emelichev, V.A., Mel'nikov, O.I., Sarvanov, V.I. & Tysh-kevich, R.I. (2009). Lekcii po teorii grafov. *Moskva: Nauka*

[2] Konstantinova, E.V. (2023). Lekcii po algebraicheskoj teorii grafov. *Novosibirsk: IPC NGU*

[3] Zykov, A.A. (2004). Osnovy teorii grafov. *Moskva: Vuzov-skaja kniga*

[4] Timchenko, G.V. (2016). Prakticheskoe primenenie teorii grafov

[5] Coj, S. & Chaj, S.M. (1971). Prikladnaja teorija grafov. *Alma-Ata: Nauka*

[6] Kristofides, N. (1978). Teorija grafov. Algoritmicheskij podhod. *Moskva: Mir*

[7] Ibraev, A.M. (1974). Grafy i transportnye zadachi. *Alma-Ata*

[8] Chernjak, Zh.A. & Chernjak, A.A. (b.g.). Grafovyj algoritm reshenija transportnyh zadach. *Doklady BGUIR, (13), 76–90*

[9] Bekmurzaev, B.Zh. (1995). Obosnovanie racional'nyh parametrov kar'era posredstvom matematicheskogo modelirova-nija rudnyh mestorozhdenij (doctoral dissertation). *Almaty*

[10] Rakishev, B.R. & Ordabekova, A.Zh. (2010). Jekonomiko-matematicheskoe modelirovanie rabochej zony kar'era. *Gornyj zhurnal Kazahstana, (11), 38–40*

[11] NPV Scheduler. (б.г.). *Retrieved from*: https://npv-scheduler.software.informer.com/

[12] Chekushina, T.V. & Vorob'ev, K.A. (2018). Optimizacija kontura kar'erov s ispol'zovaniem innovacionnyh tehno-logij komp'juternoj programmy «NPV Scheduler i Datamine-Studio 3». *Vestnik Evrazijskoj nauki, 1(10)*

Инженерлік есептерде шешім қабылдауда граф теориясын зерттеу және қолдану

А. Жаксылык*, Р.К. Шингисова

Satbayev University, Алматы, Қазақстан

**Корреспонденция үшін автор: A.ordabekova@mail.ru*

Аңдатпа. Бұл жұмыс техникалық және ұйымдастырушылық жүйелерді графикалық бейнелеу әдісін қолдану бойынша ғылыми зерттеу бағыттарының бірі болып табылады. Мақалада инженерлік есептерде графиктер теориясының қолданылуына талдау жасалды. Графиктер теориясы көптеген салаларда қолданылады, мысалы: Информатика, Бағдарламалау, байланыс және көлік жүйелері, экономика, инженерлік графика, логистика. Бағдарланған графикте цикл (контур, жол) ұғымы келтірілген, сонымен қатар бірқатар көлік мәселелерін шешу үшін графиктер теориясын қолдану көрсетілгенграфиктер теориясын кеңінен қолдану сонымен қатар инженерлік графикада және машина жасауда өнімнің прототипін құрудың сенімділігін қамтамасыз ететін желілік графиканы зерттеуді қамтамасыз етеді. Желілік график графиктер теориясы тұрғысынан бағытталған график болып табылады, оның шыңдары желілік график оқиғалары және оның доғалары болып табылады. Графиктер теориясы мансаптық жұмыс аймағының аралық позицияларын құруда да қолданылады. Осы міндеттерде алынған көрсеткіштерден G(ЕГ)=G(ЕН) карьеріндегі тау-кен жұмыстарын дамытудың көп нұсқалылығының үш өлшемді графигі қалыптастырылады. Топологиялық принциптерге негізделген, ашық тау – кен жұмыстарына негізделген графиктер теориясын бірқатар көлік мәселелерін шешу үшін сәтті қолдануға болады-мансаптық көліктің әр түрлі түрлеріндегі съездер жүйесінің минималды құны, ең қысқа жолы және өткізу қабілеті және т.б.

Негізгі сөздер: *графиктер теориясы, графиктің шыңдары, желілер, көп вариантты графиктер*.

Исследование и применение теории графов при принятии решений в инженерных задачах

А. Жаксылык*, Р.К. Шингисова

Satbayev University, Алматы, Казахстан

**Автор для корреспонденции: A.ordabekova@mail.ru*

Аннотация. Данная работа является одним из направлений научных исследований по применению метода графического представления технических и организационных систем. В статье проведен анализ применения теории графов в инженерных задачах. Теория графов находит применение во многих отраслях промышленности, например: в информатике, программировании, коммуникационных и транспортных системах, экономике, инженерной графике, логистике. Приводится понятие цикла (контура, пути) на ориентированном графе, также показано применение теории графов для решения ряда транспортных задач. Широкое применение теории графов обеспечивает также исследование сетевого графика обеспечения надежности создания опытного образца изделия в инженерной графике и в машиностроении. Сетевой график с точки зрения теории графов представляет собой направленный граф, вершинами которого служат события сетевого графика и дугами – его работы. Теория графов используется также при построении промежуточных положений рабочей зоны карьера. В данных задачах из полученных показателей формируется трехмерный граф многовариантности развития горных работ в карьере G(ЕГ)=G(ЕН). Теория графов, основанная на топологических принципах, на открытых горных работах может быть успешно применена для решения ряда транспортных задач – о минимальной стоимости, кратчайшем пути и пропускной способности системы съездов при различных видах карьерного транспорта и др.

Ключевые слова: *теория графов, вершины графа, сети, граф многовариантности*.

Received: 11 March 2025
Accepted: 15 June 2025
Available online: 30 June 2025